Bản đồ tư duy trước khi vào chi tiết (rất quan trọng)

Trong file này, bài tập chỉ xoay quanh 4 mảng chính:

- Tích phân đường loại 1 ($\int f\,ds$)
- Tích phân đường loại 2 ($\int \mathbf{F}\cdot ds$)
- Trường bảo toàn – Newton–Leibniz (ăn gian, không cần tham số hóa)
- Công thức Green (đổi tích phân đường kín $\to$ tích phân kép)

Làm bài tập = nhận diện đúng loại + áp đúng công thức

1. Tích phân đường loại 1 – "cộng giá trị của hàm trên đường"

Dạng bài nhận diện

$$\int_C f(x,y)\,ds$$

Không có dx, dy. Hỏi: chiều dài, khối lượng dây, tổng đại lượng dọc theo đường.

Công thức

Nếu đường tham số:

$$r(t) = (x(t), y(t)), \quad a \le t \le b$$

Công thức vàng:

$$\int_C f\,ds = \int_a^b f(x(t),y(t))\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}\,dt$$

Checklist

- Tham số hóa đường
- Tính $x'(t), y'(t)$
- Nhét vào công thức
- Tích phân như 1 biến bình thường

Lưu ý: Không quan tâm hướng (đi xuôi – đi ngược kết quả như nhau).

2. Tích phân đường loại 2 – "công của lực"

Dạng bài nhận diện

Có dx, dy hoặc có $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$:

$$\int_C P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$$

Công thức

Với $r(t) = (x(t), y(t))$:

$$\int_C P\,dx + Q\,dy = \int_a^b \Big(P(x(t),y(t))x'(t) + Q(x(t),y(t))y'(t)\Big)\,dt$$

Checklist

- Tham số hóa đường
- Xác định điểm đầu – điểm cuối (rất quan trọng)
- Thay vào công thức
- Nếu đi ngược hướng đề bài $\rightarrow$ đổi dấu

3. Trường bảo toàn & Newton–Leibniz – "vũ khí ăn gian"

Khi nào được dùng?

- Đề không cho đường cụ thể
- Hoặc cho đường rất phức tạp

Trường có dạng:

$$\mathbf{F} = (P, Q)$$

Kiểm tra điều kiện

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

Nếu đúng → trường bảo toàn.

Công thức vàng Newton–Leibniz

Nếu $\mathbf{F} = \nabla f$:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot ds = f(B) - f(A)$$

Lưu ý:

- Không cần tham số hóa
- Không cần biết đường đi

Cách tìm hàm thế

- Tích phân P theo x
- So với Q để tìm phần còn thiếu
- Ghép lại thành $f(x, y)$

Ghi nhớ: Gradient = nguyên hàm nhiều biến.

4. Công thức Green – "đường kín thì đổi sang tích phân kép"

Dạng bài nhận diện

Đường kín. Tích phân dạng:

$$\int_C P\,dx + Q\,dy$$

Công thức

$$\int_C P\,dx + Q\,dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA$$

Checklist

- C có kín không?
- Xác định miền D
- Tính $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$
- Đổi sang tích phân kép
- Nếu C đi ngược chiều chuẩn $\rightarrow$ thêm dấu "$-$"

Chiều chuẩn: đi sao cho miền nằm bên tay trái.